

Пермский край
2025–2026 учебный год
ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ПО МАТЕМАТИКЕ
МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП
11 КЛАСС

Время выполнения заданий — 235 минут (3 часа 55 минут).

Максимальная оценка за выполнение всех олимпиадных заданий — 35 баллов (по 7 баллов за каждую задачу).

11.1. В каждую клетку таблицы 4×4 Петя записал синим карандашом ровно по одному действительному числу. Затем Вася записал чёрной ручкой в каждую клетку сумму синих чисел, записанных в соседних с ней по сторонам клетках, после чего стёр все синие числа. Могла ли у Васи получиться таблица справа?

2	0	0	0
0	0	0	0
0	0	2	0
0	0	0	5

11.2. Различные действительные числа p и q таковы, что квадратные трёхчлены $f(x) = x^2 + px + q + 3$ и $g(x) = x^2 + qx + p + 3$ имеют одно и то же наименьшее значение. Докажите, что у этих трёхчленов есть одинаковый корень.

11.3. Однажды Винни-Пух пополнил запасы мёда. Каждый следующий день, пока мёд ещё был, Пух съедал либо 1 килограмм мёда, либо половину текущего количества мёда. После первых 20 дней поедания мёда оставалась $\frac{1}{3}$ начального количества мёда. Ещё через несколько дней оставалась $\frac{1}{11}$ начального количества мёда. А ещё через несколько дней весь мёд был съеден. Укажите все возможные значения начального количества мёда.

11.4. Мише подарили 25 камней попарно различных весов. У Миши есть прибор, который по 5 положенным в него камням находит среди них самый тяжёлый (первый по весу), следующий (второй) по весу, и третий по весу камни. Как при помощи 7 применений прибора среди всех 25 камней найти первый, второй и третий по весу камни?

11.5. Диагонали AC и BD вписанного четырёхугольника $ABCD$ пересекаются в точке N . Пусть A_1 , B_1 , C_1 и D_1 — основания перпендикуляров, проведённых из точки N к прямым AB , BC , CD и DA соответственно. Известно, что A_1 , B_1 , C_1 и D_1 лежат на самих сторонах четырёхугольника $ABCD$ (а не на их продолжениях) и не совпадают с вершинами $ABCD$. Докажите, что в четырёхугольник $A_1B_1C_1D_1$ можно вписать окружность.